



FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA DE LA MATERIA CONDENSADA

MAGNETISMO TOPOLÓGICO A BAJAS TEMPERATURAS

Trabajo de Fin de Grado realizado por:

ARTURO MÉNDIZ PAÚL

Dirigido por:

Dra. MARÍA J. MARTÍNEZ PÉREZ

GRADO EN FÍSICA

Junio de 2018

Agradecimientos

Sirvan estas líneas para expresar mi gratitud a la directora de mi Trabajo de Fin de Grado, la Dra. María J. Martínez, por su cercanía, predisposición, iniciativa y ayuda constante. Trabajar y formarme a su lado en ésta, mi primera incursión en el mundo científico, ha sido una experiencia increíblemente enriquecedora por la que me siento afortunado.

Índice general

Introducción y objetivos	4
1 Fundamentos teóricos del SQUID	5
1.1 Uniones Josephson	5
1.2 Modelo RCSJ	6
1.2.1 Ruido térmico	8
1.2.2 Ruido $1/f$	9
1.3 Teoría del dc SQUID	10
1.3.1 Ecuaciones básicas, potencial dc SQUID	10
1.3.2 Sensibilidad del dc SQUID	13
2 Fabricación, diseño y testeo del SQUID	14
2.1 Fabricación de nanoSQUIDs basados en superconductores de cuprato	14
2.2 Consideraciones de diseño	15
2.3 Testeo del nanoSQUID	16
2.3.1 Esquema de circuito del dc SQUID	17
2.3.2 Modulación de la corriente y la tensión con el flujo. Característica I-V . .	18
2.3.3 Medidas relacionadas con el ruido	20
3 Medidas con partículas magnéticas	22
3.1 Nanodiscos magnéticos	22
3.2 Fabricación, transporte y acoplo del disco al SQUID	24
3.3 Medidas experimentales	25
Conclusiones	27

Introducción y objetivos

Los dispositivos superconductores de interferencia cuántica o SQUIDs (del inglés, *Superconducting Quantum Interference Devices*) son unos de los dispositivos más famosos en electrónica superconductora. Combinan el efecto Josephson con el fenómeno de cuantización del flujo magnético en un anillo superconductor, lo cual da lugar a una de las manifestaciones macroscópicas de coherencia cuántica más bonitas del estado sólido. Se caracterizan, además, por ser dispositivos increíblemente sensibles que permiten transformar el flujo de campo magnético en señales eléctricas medibles. De este modo, cualquier magnitud física que pueda convertirse en flujo magnético podrá ser medida con este tipo de dispositivos.

Este presente trabajo tiene, principalmente, tres objetivos. A cada uno de ellos le hemos dedicado un capítulo del trabajo. Los objetivos son los siguientes:

- Revisión profunda del SQUID. A lo largo del capítulo I estudiaremos los principios teóricos sobre los que se asienta el SQUID desde el nivel más fundamental.
- Diseño, elaboración y testeo del SQUID. En el capítulo II indicaremos las pautas y consideraciones necesarias para la elaboración de un SQUID. Por último, presentaremos el proceso con el cual hemos corroborado que, efectivamente, el dispositivo que nosotros habíamos fabricado cumple con todas las propiedades presentadas en el capítulo I.
- Medidas con campos magnéticos. En el tercer y último capítulo estudiaremos, mediante el uso del SQUID, las propiedades de nanodiscos hechos de materiales magnéticos blandos; unos sistemas nanoscópicos cuya topología determina la magnetización de los mismos, haciéndolos de gran interés para el estudio por sus múltiples potenciales aplicaciones.

Capítulo 1

Fundamentos teóricos del SQUID

En este capítulo presentaremos los conceptos teóricos necesarios para el entendimiento del SQUID. Comenzaremos estudiando las uniones Josephson, sus características y su modelización como elemento electrónico de circuito. Por último, mostraremos un modelo teórico completo que explica el comportamiento del dc SQUID, una de las más importantes y utilizadas variantes de este tipo de dispositivos.

1.1 Uniones Josephson

El efecto Josephson [1] consiste en la aparición de una supercorriente, debido al efecto túnel, a través de una unión conocida como unión Josephson (JJ), que consiste en dos superconductores acoplados débilmente. La unión débil puede consistir en una fina lámina de material no superconductor, o bien una constricción o defecto en el material, que debilite la superconductividad en el punto de contacto.

La supercorriente I_s , que atraviesa la unión, está relacionada con la diferencia de fase δ invariante de Gauge de las fases de las funciones de onda macroscópicas de ambos materiales superconductores. Dicha relación entre ambas variables constituye la primera de las ecuaciones que gobiernan la dinámica del efecto Josephson, conocida como la primera ecuación de Josephson [2]:

$$I_s = I_0 \sin \delta \quad (1.1)$$

donde I_0 es la supercorriente máxima (corriente crítica). Cuando la diferencia de fase δ cambia con el tiempo, aparece un voltaje U a través de la unión, dando lugar a la segunda ecuación de Josephson:

$$\dot{\delta} = \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{2e}{\hbar} U = \frac{2\pi}{\Phi_0} U \quad (1.2)$$

Aquí, $\Phi_0 \equiv h/2e \approx 2.07 \cdot 10^{-15}$ V·s es el cuanto de flujo magnético. Es interesante, a la par que necesario, definir la energía de acoplo de Josephson $E_J = I_0 \Phi_0 / 2\pi$, que es la que aparece entre ambos superconductores cuando la corriente aplicada es nula. Distinguiremos el caso estático ($U = 0$), en el que la diferencia de fase, y por ende, la supercorriente son constantes en el tiempo, del caso dinámico ($U \neq 0$), donde la corriente de Josephson oscila con una frecuencia de Josephson $\omega_J \equiv 2\pi V / \Phi_0$. Véase que $V = \langle U \rangle$ denota el promedio temporal del voltaje dc a través de la unión Josephson.

1.2 Modelo RCSJ

La JJ no es únicamente atravesada por I_s , sino que es además necesario considerar una corriente de desplazamiento I_d y una corriente de cuasipartículas I_{qp} . Ambas son modelizadas como elementos de circuito por un condensador y una resistencia óhmica, respectivamente, conectados los dos en paralelo al elemento Josephson, que modeliza, a su vez, la JJ. Esto conduce directamente al modelo RCSJ, que son las siglas en inglés de *Resistively and Capacitively Shunted Junction-model*. Éste realiza un modelo equivalente de la JJ para su posterior estudio como elemento electrónico de circuito. La figura 1.1a ilustra dicho circuito equivalente. Está formado por elemento de Josephson, con corriente crítica I_0 , la cual corresponde a la supercorriente que atraviesa la unión; en paralelo con una resistencia y un condensador, que son la modelización de la corriente de cuasipartículas y de desplazamiento, respectivamente. Por último, tenemos en cuenta toda la fuentes de ruido en la JJ, de las que posteriormente debatiremos, con la corriente $I_N(t)$.

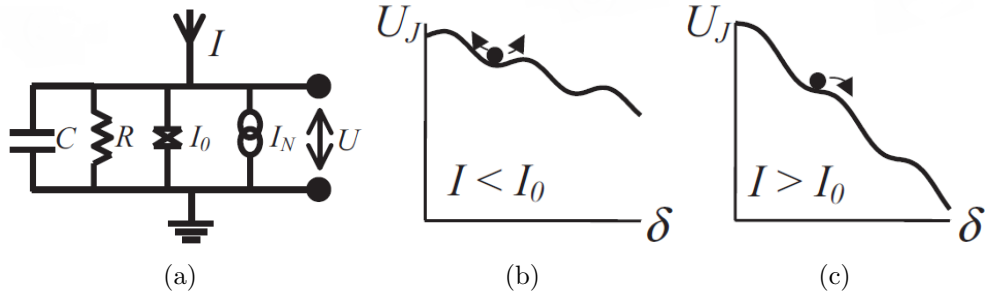


Figura 1.1: (a) Circuito equivalente de una unión Josephson en el modelo RCSJ. (b) y (c): Representaciones del potencial de *washboard* cuando la intensidad es menor y mayor que la crítica, respectivamente.

Una vez que disponemos del circuito equivalente de la JJ en el modelo RCSJ hacemos uso de las leyes de Kirchhoff para encontrar:

$$C\dot{U} + \frac{U}{R} + I_0 \sin \delta = I + I_N(t) \quad (1.3)$$

Haciendo uso de la segunda ecuación de Josephson (1.2), y despreciando, en primera instancia, el término correspondiente al ruido, encontramos la ecuación de movimiento de la diferencia de fase δ en la JJ:

$$\frac{\Phi_0}{2\pi} C \ddot{\delta} + \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{1}{R} \dot{\delta} = I - I_0 \sin \delta = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \frac{\partial U_J}{\partial \delta} \quad (1.4)$$

donde hemos definido el conocido, del inglés, como potencial inclinado de *washboard* U_J de la JJ, que es:

$$U_J \equiv \frac{\Phi_0}{2\pi} \{I_0 (1 - \cos \delta) - I\delta\} = E_J \{1 - \cos \delta - i\delta\} \quad (1.5)$$

con la corriente normalizada $i \equiv I/I_0$. La ecuación (1.4) describe la dinámica de la diferencia de fase δ de igual modo que describiría la dinámica de una partícula puntual de masa m y coeficiente de fricción ξ moviéndose en un potencial inclinado del tipo indicado en la ecuación (1.5). El modelo mecánico equivalente (a lo largo de la coordenada x), viene determinado, en su forma más general, por la ecuación de movimiento:

$$m\ddot{x} + \xi\dot{x} = -\frac{\partial w(x)}{\partial x} + F_d = -\frac{\partial [w(x) - F_d x]}{\partial x} \quad (1.6)$$

Aquí, F_d es una fuerza externa, que inclina el potencial w . La correspondencia entre el modelo mecánico y la JJ es la siguiente: la coordenada x es reemplazada por δ , \dot{x} por $\dot{\delta} \sim U$, la masa m por la capacitancia C y el coeficiente de fricción ξ por la conductancia $1/R$. La corriente de polarización de la JJ, $I \equiv I_{\text{bias}}$, a la que nos referiremos como corriente de bias, corresponde a la fuerza externa que inclina el potencial.

La introducción de esta analogía con el modelo mecánico nos permite comprender de una manera sencilla e intuitiva el comportamiento histerético que presentan las JJ y, lo que es todavía más importante, saber cómo eliminarlo. Cuando $I < I_0$, la partícula queda confinada en uno de los mínimos del potencial de *washboard*, donde oscila con una frecuencia de plasma:

$$\omega_p = \left(\frac{2\pi I_0}{\Phi_0 C} \right)^{1/2} \quad (1.7)$$

Una vez que la corriente I excede I_0 , el mínimo local en el potencial de *washboard* desaparece y la diferencia de fase δ evoluciona en el tiempo. Si ahora, en cambio, reducimos la corriente de bias I desde un valor superior a la corriente crítica I_0 , la partícula (de nuestro modelo mecánico ficticio) queda atrapada en uno de los pozos del potencial a una corriente que depende del termino inercial. Reescribiendo (1.4) con la corriente de bias normalizada y la frecuencia característica $\omega_c \equiv 2\pi I_0 R / \Phi_0$, que es la frecuencia de Josephson en el voltaje característico $V_c \equiv I_0 R$, obtenemos:

$$\beta_c \frac{\ddot{\delta}}{\omega_c^2} + \frac{\dot{\delta}}{\omega_c} = i - \sin \delta = - \frac{\partial u_j}{\partial \delta} \quad (1.8)$$

donde hemos normalizado el potencial $u_j = U_j / E_J$. Hemos introducido además el *parámetro de Stewart-McCumber*:

$$\beta_c \equiv \left(\frac{\omega_c}{\omega_p} \right)^2 = \frac{2\pi}{\Phi} I_0 R^2 C = \frac{2\pi}{\Phi} j_0 \rho_J^2 c_J^2 \quad (1.9)$$

siendo $\rho_J \equiv R \cdot A_J$ y $C_J \equiv C / A_J$, con A_J el área de la JJ. El parámetro de Stewart-McCumber β_c es de vital importancia tanto para el modelo RCSJ, como para la teoría del dc SQUID, que posteriormente desarrollaremos, ya que el comportamiento histerético de las JJs queda totalmente determinado por él. La ecuación (1.8), que es válida en ausencia de ruido, debe ser estudiada en sus dos casos límites:

- Límite fuertemente sobrearmortiguado, $\beta_c \ll 1$: El término inercial en (1.8) o (1.4) es despreciable, lo que significa que al reducir la corriente de bias desde una valor superior a I_0 , la partícula queda atrapada instantáneamente en uno de los mínimos del potencial de *washboard* en un valor de la corriente que es justo $I = I_0$, es decir, la característica I-V no es histerética, tal y como se aprecia en la figura 1.2a. Que $\beta_c \ll 1$ implica que R y/o C tiendan a un valor muy pequeño, que en nuestro modelo clásico análogo se traduce en una masa relativamente pequeña y un coeficiente de fricción relativamente grande. Así, resolviendo (1.8) con $\beta_c = 0$ uno encuentra que la tensión dependiente del tiempo normalizada $u = U / I_0 R$:

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } I < I_0 \\ \frac{i^2 - 1}{i + \cos \omega t} & \text{para } I > I_0 \text{ con } \omega = \omega_c \sqrt{i^2 - 1} \end{cases} \quad (1.10)$$

Podemos encontrar, además, el voltaje promediado en el tiempo y normalizado $v = V / I_0 R$,

el cual es cero para $I < I_0$, mientras que varía para $I > I_0$ de acuerdo con:

$$v = \sqrt{i^2 - 1} \quad \text{para } I > I_0 \quad (1.11)$$

Nos remitimos, de nuevo, a la figura 1.2a para observar dicho comportamiento.

- Límite fuertemente subamortiguado, $\beta_c \gg 1$: El término inercial en (1.8) o (1.4) ya no es despreciable, lo cual implica que la frecuencia de Josephson sea mucho mayor que la frecuencia de relajación ω_{RC} . De este modo, la dinámica de la JJ queda determinada única y exclusivamente por el circuito R-C. Retomando nuestro modelo mecánico análogo la partícula ya no queda atrapada en un mínimo del potencial de *washboard* de manera inmediata en $I = I_0$ al disminuir I desde un valor superior a I_0 . La conocida como corriente crítica de recaptación (del inglés, *retrapping*) I_r , para la cual la partícula ficticia queda atrapada en el mínimo, o lo que es lo mismo, el valor de la corriente para la cual la tensión U se hace nula; depende de las características C y R .

Tal y como podemos apreciar en la figura 1.2b, cuando la corriente es aumentada desde cero, la JJ mantiene un voltaje nulo hasta que $i = 1$; si por contra, disminuimos la corriente, el voltaje dc toma valores diferentes de cero hasta que $i = i_r < 1$; reportando, de este modo, una característica I-V altamente histerética. Es también apreciable la evolución de la corriente crítica de recaptación normalizada $i_r = I_r/I_0$ con β_c , que decrece desde 1 hasta 0 de manera monótona para valores crecientes de β_c [3].

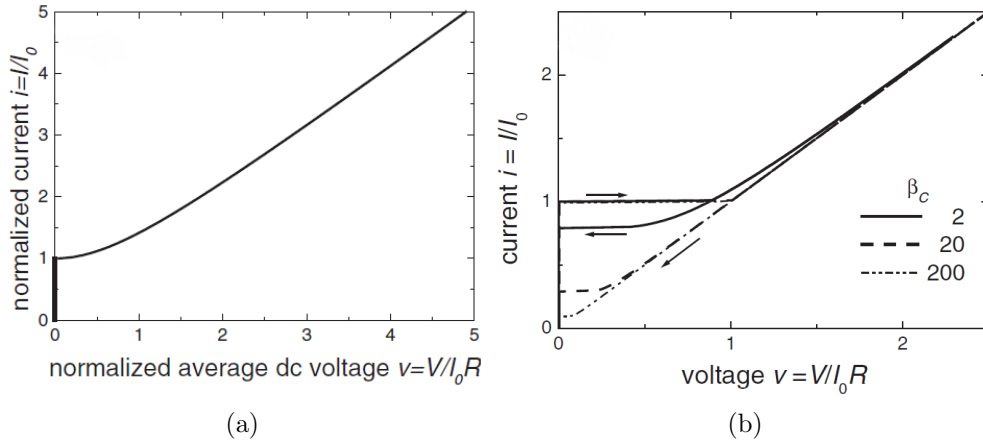


Figura 1.2: (a) corriente vs voltaje normalizados, de acuerdo con (1.11); (b) característica histerética corriente-voltaje, calculada en el marco del modelo RCSJ para varios valores de β_c [3] (las flechas indican el sentido de la corriente de bias).

Con el fin de obtener un comportamiento I-V no histerético en las JJs es habitual colocar una resistencia de carga que atraviese la unión para reducir, de este modo, β_c por debajo de 1. En el caso libre de ruido, que es el comentado hasta ahora, aparece histéresis de manera significativa siempre y cuando $\beta \gtrsim 1$. Sin embargo, a temperaturas distintas de cero, el ruido térmico de la resistencia de carga puede suprimir la histéresis si β_c no es excesivamente grande [3].

1.2.1 Ruido térmico

Hasta ahora hemos considerado unas condiciones ideales de trabajo a $T = 0$ K. Veamos qué ocurre al incluir el ruido térmico, originado mayoritariamente en la resistencia de carga.

A través del estudio de la correlación temporal de la corriente $I(t)$, no es complejo llegar a la conclusión de que el ruido térmico de corriente, que atraviesa una resistencia, presenta un espectro de ruido blanco. Por ruido blanco entendemos aquel cuyo espectro es gaussiano por no depender de la frecuencia [4]. Es por ello que bastaría con incluir una fuerza aleatoria $F_N(t)$ a la fuerza $F_d(t)$ en (1.6) para que los efectos del ruido térmico sean tenidos en cuenta. En el modelo RCSJ, esto se traduce en la inclusión de una corriente fluctuante de ruido $I_N(t)$, la cual ya introducimos en (1.3). En el marco de estudio del potencial de *washboard*, la ecuación (1.5) queda modificada al introducir la corriente de ruido:

$$U_{J,N} = E_J \{1 - \cos \delta - [i - i_N(t)] \delta\} \quad (1.12)$$

que significa que la inclinación media i del potencial de Washboard fluctúa con la amplitud normalizada $i_N \equiv I_N/I_0$. Utilizaremos la densidad espectral de ruido de corriente S_i , que es:

$$S_i(\omega) = \frac{2\Gamma}{\pi\omega_c}, \text{ con } \Gamma \equiv \frac{k_B T}{E_J} = \frac{2\pi k_B T}{I_0 \Phi_0} \quad (1.13)$$

Donde Γ es definido como el parámetro de ruido y no es más que el ratio de la energía térmica sobre la energía de acoplo de Josephson.

El efecto de una corriente fluctuante en la característica I-V (IVC) puede entenderse fácilmente en el marco del potencial de *washboard*. Para $I < I_0$ la inclinación fluctuante puede provocar que la corriente total $I + I_N(t)$ exceda I_0 , provocando, de este modo, que la partícula salte del mínimo de potencial en el que se encuentra. Para el caso de la JJ sobreamortiguada, aparecen una serie de pulsos de voltaje separados en el tiempo de manera aleatoria. Así, el voltaje en dc promediado en el tiempo V toma valores diferentes de cero incluso para $I < I_0$, cosa que, hasta la inclusión del ruido térmico, no sucedía. Por contra, en el caso de la JJ subamortiguada ocurre lo contrario. El ruido térmico tiende a suprimir el comportamiento histerico de este tipo de uniones. A efectos prácticos, el ruido provoca que la IVC se redondee levemente, no siendo tan abrupto el salto de la tensión V en $I = I_0$.

1.2.2 Ruido $1/f$

El ruido blanco de las JJs debido a fluctuaciones térmicas limita la sensibilidad de los SQUIDS en todo el espectro de frecuencias. No obstante, cuando se precisa trabajar a frecuencias relativamente bajas, el ruido $1/f$ adquiere una importancia capital. En este presente trabajo no nos adentraremos en un estudio exhaustivo del mismo, sino que comentaremos las fuentes de éste, así como alguna característica que nos sea de utilidad para su posterior aplicación en la teoría del dc SQUID.

Existen dos grandes fuentes de ruido $1/f$ en los SQUIDS. La primera de ellas es el movimiento de las líneas de flujo (vórtices) atrapadas en el cuerpo del dc SQUID. La otra fuente está relacionada con las fluctuaciones en las JJs. Dichas fluctuaciones suelen describirse mediante fluctuaciones de los parámetros del sistema. Las citadas fluctuaciones ocurren en el proceso de "tunneling" a través de la barrera que separa ambos superconductores en la JJ, debido a la retención y posterior liberación de un electrón en un defecto de la barrera. La ocupación del defecto por parte del electrón induce un cambio local en la densidad de corriente crítica de dicha región. La densidad espectral de ruido $1/f$ va, como no podía ser de otra forma, con la inversa de la frecuencia $S(f, T) \propto \frac{1}{f}$ [5]

1.3 Teoría del dc SQUID

En la clasificación de los SQUIDS encontramos dos grandes grupos: los dc SQUIDS y los rf SQUIDS. La diferencia entre ambos es el número de JJs que incorporan; mientras que el primero incorpora dos, el segundo integra tan solo una. En esta sección, introduciremos los aspectos teóricos básicos de los dc SQUIDS. En un inicio, tal y como hicimos en el modelo RCSJ, consideraremos el caso ideal $T = 0$ K, para después incluir los efectos producidos por el ruido.

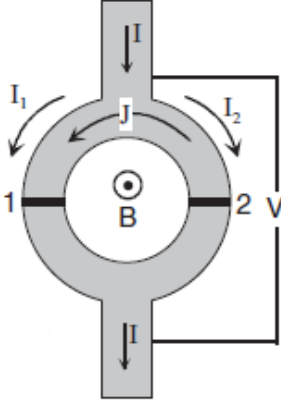


Figura 1.3

La configuración del dc SQUID consiste, tal y como podemos ver en 1.3, en un anillo superconductor interrumpido por dos JJs y polarizado por una corriente $I \equiv I_{\text{bias}}$. De este modo, las JJs limitan la supercorriente crítica máxima I_c que puede fluir a través del anillo y que será la suma de las corrientes críticas de las JJs de cada uno de los brazos. Por simplicidad supondremos que ambas JJs son idénticas, así, la corriente crítica máxima será $I_c = 2I_0$. Un campo magnético externo B es aplicado perpendicular al plano en el que descansa el anillo. El flujo magnético encerrado en el anillo del SQUID modula I_c periódicamente, con un periodo de un cuanto de flujo $\Phi_0 = h/2e$. Dicha modulación, causada por la interferencia de las funciones de onda superconductoras de ambos brazos del SQUID, constituye la base del principio de trabajo del dc SQUID [2].

1.3.1 Ecuaciones básicas, potencial dc SQUID

Haciendo uso del modelo RCSJ (sección 1.2), obtenemos una descripción cuantitativa del funcionamiento del dc SQUID. Necesitaremos, para ello, echar mano de las ecuaciones de Kirchhoff, de la ecuación que relaciona las diferencias de fase δ_1 y δ_2 de ambas JJs (1.15), del flujo incidente sobre el anillo del dc SQUID y de las corrientes circulantes alrededor del anillo. Escribimos la corriente que circula a través de la primera JJ (JJ_1) como la mitad de la corriente I más la corriente circulante J , relacionada con el fenómeno de interferencia entre las funciones de onda de ambas JJ [1],[2]. Así, $I_1 = I/2 + J$. Similarmente para la JJ_2 : $I_2 = I/2 - J$. Recordando que estas no son las únicas corriente que atraviesan la unión, sino que también aparecen la corriente de cuasipartículas y la de desplazamiento a través de cada una de las JJs, así como considerando el ruido con la corriente $I_{N,k}$, llegamos a:

$$I/2 \pm J = I_{0,k} \sin \delta_k + \frac{\Phi_0}{2\pi R_k} \dot{\delta}_k + \frac{\Phi_0}{2\pi} C_k \ddot{\delta}_k + I_{N,k}; \quad k = 1, 2 \quad (1.14)$$

La relación entre las diferencias de fase δ_1 y δ_2 entre las JJs viene dada, de acuerdo con [1], [2] y [6], por:

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0} (\Phi_a + LJ) = \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi_T \quad (1.15)$$

El flujo Φ_T es el flujo total a través del anillo del dc SQUID, al cual contribuye tanto el campo magnético aplicado, como la corriente circulante J . La primera de las contribuciones es de la forma $\Phi_a = B \cdot A_{\text{eff}}$, con A_{eff} el área efectiva del anillo. La contribución de la corriente circulante J puede escribirse como LJ , donde la inductancia del dc SQUID L tiene tanto una contribución geométrica como una contribución cinética. Esta última, aunque a menudo pequeña, puede jugar

un papel de relevancia, si el espesor de la lámina es comparable o menor que la profundidad de penetración de London λ_L [7].

Las ecuaciones (1.14) y (1.15) son la base de la descripción de la dinámica del dc SQUID. Para una análisis más exhaustivo de las mismas conviene trabajar con unidades adimensionales. Introducimos, previamente, la corriente crítica media $I_0 = (I_{0,1} + I_{0,2})/2$ de ambas uniones, la resistencia en paralelo del dc SQUID $R = 2R_1R_2/(R_1 + R_2)$ y la capacitancia $C = (C_1 + C_2)/2$. Ahora sí, normalizamos las corrientes a I_0 , las resistencias a R , el tiempo a $\tau = \Phi_0/(2\pi I_0 R) = \omega_C^{-1}$, los voltajes a $I_0 R$ y el flujo magnético a Φ_0 . De este modo, las ecuaciones para el dc SQUID quedan tal que así:

$$\begin{cases} \frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 + \beta_c \ddot{\delta}_1 + i_{N,1} \\ \frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 + \dot{\delta}_2 + \beta_c \ddot{\delta}_2 + i_{N,2} \end{cases} \quad (1.16)$$

$$\delta_2 - \delta_1 = 2\pi \left(\phi_a + \frac{1}{2}\beta_L j \right) \quad (1.17)$$

Los puntos sobre las variables denotan derivadas respecto al tiempo normalizado τ , i y j las corrientes normalizadas de bias y circulante, respectivamente, y ϕ_a el flujo magnético aplicado normalizado; $\beta_c = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_0 R^2 C$ es el, ya conocido de la sección 1.2, parámetro de StewartMcCumber y β_L el llamado parámetro de apantallamiento o más conocido en inglés como *screening parameter*, que es:

$$\beta_L = \frac{2LI_0}{\Phi_0} \quad (1.18)$$

Los voltajes adimensionales u_k son obtenidos, de acuerdo a (1.2), tal que así: $u_k = \dot{\delta}_k (k = 1, 2)$.

Comenzaremos con el análisis de las ecuaciones (1.16) y (1.17) en ausencia de ruido para algunos casos límite. El primero y más fácil de ellos corresponde con la búsqueda de soluciones estáticas del dc SQUID con JJs idénticas. El término estático hace referencia a la diferencia de fase δ ; así, en este caso límite, imponemos que $\dot{\delta}_k = 0 \rightarrow \delta_k = \text{cte}$, con $k = 1, 2$. Esto simplifica enormemente las ecuaciones:

$$(1.16) \rightarrow \begin{cases} \frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 \\ \frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 \end{cases} \quad (1.19)$$

Asumiremos, además, que la inductancia del SQUID es despreciable ($\beta_L \ll 1$), en tal caso, (1.17) se reduce a $\delta_2 - \delta_1 = 2\pi\phi_a$. Definiendo $\gamma \equiv \delta_1 + \pi\phi_a$ obtenemos que la expresión para la corriente normalizada es:

$$i = 2 \sin \gamma \cdot \cos(\pi\phi_a) \quad (1.20)$$

Para una corriente de bias menor que la corriente crítica, la fase γ se ajustará de tal manera que la ecuación (1.20) se cumpla. La máxima corriente se obtendrá cuando $\sin \gamma = \pm 1$, donde el signo vendrá determinado por i y el término coseno, llegando a una expresión para la corriente máxima que es: $i_c = 2 |\cos(\pi\phi_a)|$, o lo que es lo mismo en unidades absolutas:

$$I_c = 2I_0 \left| \cos \left(\pi \frac{\Phi_a}{\Phi_0} \right) \right| \quad (1.21)$$

En resumidas cuentas, en el caso de corrientes críticas idénticas en cada uno de los brazos del anillo superconductor e inductancia muy baja, la corriente crítica del dc SQUID queda modulada entre $2I_0$ y 0. Si considerásemos inductancia no nula, esto es $\beta_L \neq 0$, las ecuaciones (1.16) y (1.17) no tienen solución analítica. La resolución numérica de las mismas [8] reporta que la

modulación queda reducida, tal y como podemos apreciar en la figura (1.4a). La variación en la profundidad de la modulación queda escenificada en la gráfica (1.4b), donde podemos apreciar una dependencia de dicha variación con la inversa de β_L .

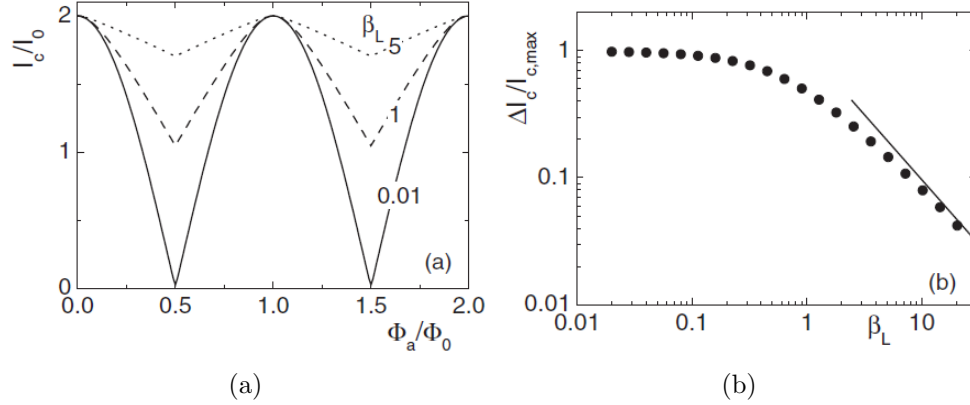


Figura 1.4: (a) Corriente crítica del dc SQUID vs. flujo aplicado para tres valores distintos del parámetro β_L . (b) Profundidad de la modulación $\Delta I_c/I_{c,max}$ vs. β_L . La línea continua es la función β_L^{-1} . Tanto (a) como (b) han sido obtenidas de acuerdo a simulaciones numéricas en [8].

Una vez considerado el caso estático ($\dot{\delta}_k = 0$), estudiemos el caso en el que aparecen tensiones V a través de las uniones no nulas. Como anticipo, diremos que la modulación en I_c se transmite directamente a V , de forma que también queda modulada. En cuanto al análisis cuantitativo de las ecuaciones, procedemos de manera análoga al caso estático:

$$(1.14) \rightarrow \begin{cases} \frac{i}{2} + j = \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 + \beta_c \ddot{\delta}_1 \\ \frac{i}{2} - j = \sin \delta_2 + \dot{\delta}_2 + \beta_c \ddot{\delta}_2 \end{cases} \quad (1.22)$$

De nuevo, tomamos $\beta_L \ll 1$, tal que (1.17) $\rightarrow \dot{\delta}_1 = \dot{\delta}_2$, que tras definir $\gamma = \delta_1 + \pi\phi_a$ nos lleva a una expresión para la corriente crítica de la forma $i = 2 [\cos(\pi\phi_a) \cdot \sin \gamma + \dot{\gamma} + \beta_c \ddot{\gamma}]$, que en unidades absolutas adopta la siguiente forma:

$$I = 2I_0 \cos(\pi\Phi_a/\Phi_0) \cdot \sin \gamma + \frac{2\Phi_0}{2\pi R} \dot{\gamma} + \frac{2\Phi_0}{2\pi} C \ddot{\gamma} \quad (1.23)$$

Esta ecuación es idéntica a la ecuación (1.4) obtenida en el modelo RCSJ para una única unión si la resistencia en paralelo de ambas uniones fuese $R/2$, la capacitancia $2C$ y la corriente crítica $2I_0 \cos(\pi\phi_a)$. De este modo, en el límite $\beta_c \ll 1$, la característica corriente-voltaje para $I > I_c$ es:

$$V = \frac{R}{2} \sqrt{I^2 - I_c^2} \quad (1.24)$$

con I_c siendo la obtenida en la ecuación (1.21). Así, el voltaje dc oscila con el flujo, con un periodo igual a un cuanto de flujo, presentando mínimos cuando el flujo es múltiplo de Φ_0 . En la sección 2.3.2 mostraremos evidencias de que esto es cierto. Como anticipo, véase la figura 2.5 en la que se aprecia la modulación de V con el flujo incidente.

De la ecuación (1.24) podemos ver que la modulación del voltaje pico a pico en $V(\Phi_a)$ viene

dada por:

$$V_{pp} = V(\Phi_a = \Phi_0/2) - V(\Phi_a = 0) = I_0 R \cdot \left[\frac{I}{2I_0} - \sqrt{\left(\frac{I}{2I_0}\right)^2 - 1} \right] \quad (1.25)$$

que para $I = 2I_0$ alcanza un valor máximo de $I_0 R$. Cuando la inductancia del SQUID es tenida en cuenta ($\beta_L \neq 0$) la modulación de V decrece, al igual que hemos visto que ocurría con I_c .

Tanto la modulación de la corriente, como del voltaje con el flujo incidente son la clave para detectar pequeñas señales de dicho flujo.

1.3.2 Sensibilidad del dc SQUID

En este trabajo hemos operado el SQUID en el estado de voltaje. En este caso, la sensibilidad de sensor viene limitada por las fluctuaciones del propio voltaje, que quedan cuantificadas por la densidad espectral de ruido de voltaje S_V . Ésta se traduce en una densidad espectral equivalente de ruido de flujo $S_\Phi = S_V/V_\Phi^2$, o bien, la rms (del inglés, *root mean square*) del flujo de ruido $\sqrt{S_\Phi}$ en unidades de $\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$.

A frecuencias de trabajo bajas, tal y como explicamos en la sección 1.2.2, el ruido $1/f$ predomina sobre el ruido térmico, de tal forma que $S_\Phi \propto 1/f$. Las principales fuentes de este tipo de ruido son, como ya indicamos, las fluctuaciones de corriente en las JJs y la aparición de vórtices de Abrikosov en el superconductor.

A frecuencias más altas, el ruido térmico, introducido ya en la sección 1.2.1, es el predominante. Dicho ruido, caracterizado por ser independiente de f , está asociado con las corrientes de cuasipartículas que aparecen en las JJs o en las resistencias de carga. De acuerdo con simulaciones numéricas llevadas a cabo en [9], el ruido térmico queda totalmente descrito y parametrizado mediante los siguientes parámetros: el parámetro de Stewart-McCumber β_c (1.9), el parámetro de apantallamiento β_L (1.18) y el parámetro de ruido Γ (1.13). Éste es un resultado sumamente importante, ya que bastará con encontrar los valores óptimos de β_c , β_L y Γ para optimizar el SQUID respecto del ruido blanco. Con $\beta_c \lesssim 1$, $\beta_L \sim 1$ y $\Gamma\beta_L < 0.1$, la expresión para el ruido es de la forma [7]:

$$S_\Phi \equiv 16k_B T L^2 / R \quad (1.26)$$

En resumidas cuentas, para los parámetros habituales de β_c , β_L y Γ que optimizan el ruido blanco del SQUID, éste depende de la temperatura de manera proporcional, $S_\Phi \propto T$.

En el capítulo II retomaremos, de nuevo, la cuestión del ruido térmico y ruido $1/f$, ya que mostraremos las medidas realizadas en el laboratorio para ambos tipos de ruido y explicaremos, a partir de las mismas, su adaptación al modelo teórico, que acabamos de desarrollar.

Capítulo 2

Fabricación, diseño y testeo del SQUID

Los SQUIDs permiten transformar el flujo de campo magnético en señales eléctricas medibles. Así, cualquier magnitud física que pueda convertirse en flujo magnético podrá ser medida con este tipo de dispositivos. Además, si se reducen sus dimensiones a la escala nanoscópica, constituyendo los conocidos como nanoSQUIDs, se alcanza la sensibilidad necesaria para detectar sistemas magnéticos nanoscópicos, tales como nanopartículas o moléculas magnéticas. En este capítulo comenzaremos viendo el proceso de fabricación de los SQUIDs que hemos utilizado en nuestro trabajo, a continuación, explicaremos las principales consideraciones que tienen que ser tomadas en cuenta en su diseño, para terminar presentando los datos experimentales recogidos y dilucidar, con ellos, si se adaptan o no a los modelos teóricos presentados en el capítulo I.

2.1 Fabricación de nanoSQUIDs basados en superconductores de cuprato

Una vez que conocemos el SQUID como elemento teórico, en esta sección queremos presentar el SQUID como elemento físico, explicando los materiales de los que está compuesto y por qué, así como las técnicas de fabricación seguidas para la obtención del mismo.

Hemos seleccionado superconductores de Cuprato de alta temperatura crítica (conocidos en inglés como *High- T_c*) para la fabricación de SQUIDs de YBCO ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$). Las JJs realizadas sobre los mismos exhiben grandes valores de I_c de unos pocos mA a bajas temperaturas [10], a su vez, son operativos en un amplio rango de temperaturas (mK - 80 K) y bajo la aplicación de campos magnéticos elevados. Ésta última característica será muy útil cuando operemos con los nanoSQUIDs como magnetómetros. Para la fabricación del dispositivo nos fue imprescindible la utilización del sistema *dual beam* del instituto de nanociencia de Aragón (INA), el cual combina un microscopio de escaneo por electrones o SEM (del inglés, *scanning electron microscope*), así como un haz focalizado de iones o FIB (del inglés, *focused ion beam*) con el cual, a través de la corrosión del material que se introduzca, permite la realización de figuras, patrones, etc en el mismo.

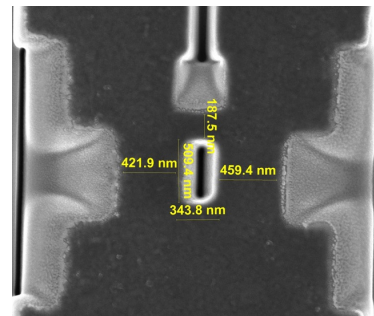


Figura 2.1: nanoSQUID de YBCO.

Las JJs de superconductores de cuprato están basadas en el acoplo de Josephson sobre fronteras de grano o GBs del inglés, *Grain Boundaries*. La frontera de grano es la superficie de separación entre dos cristales con distinta orientación. Surge como consecuencia del mecanismo del crecimiento de grano o cristalización, cuando dos cristales que han crecido a partir de núcleos diferentes se encuentran. Pueden ser concebidas como meras dislocaciones en el material, las cuales habilitan el cumplimiento de todas las características que debe cumplir una JJ, que quedan recogidas en la sección 1.1. Las uniones de frontera de grano pueden ser fabricadas de múltiples maneras, la utilizada por nosotros ha sido mediante crecimiento epitaxial de superconductores de cuprato en substratos de bicristales de Estroncio de Titanio (STO, SrTiO_3).

Tal y como apreciamos en la figura 2.2a, sobre el bicristal de STO con 24° de ángulo de desorientación (GB), se deposita mediante crecimiento epitaxial una lámina de YBCO de un espesor en el rango 50 – 300 nm. Es necesario añadir una lámina de típicamente 60 nm de oro, la cual tiene dos finalidades: actúa como resistencia de carga (recuérdese la sección 1.2) y protege al YBCO de la implantación de iones de Galio durante el proceso de FIB, que ahora comentaremos. Para obtener el SQUID, representado en la figura 2.2b, a partir de 2.2a, hacemos uso del proceso de FIB, el cual nos permite atacar el material, obteniendo, de esta manera, la estructura de anillo característica del SQUID. Dicho proceso no puede hacerse de cualquier manera, de hecho, es necesario que el material atacado se redeposite, de forma que proteja la unión del conocido como proceso de difusión de oxígeno, tal y como ilustra la figura 2.2c.

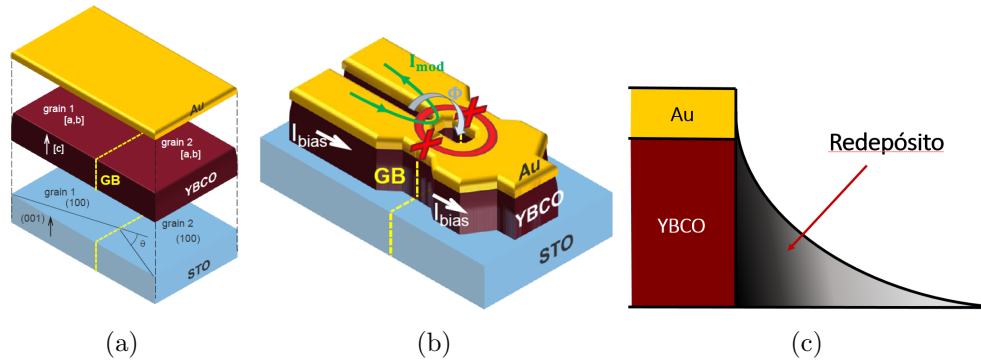


Figura 2.2: (a) Ilustración de las diferentes capas implicadas en la nanodeposición para la fabricación de la GBJ. (b) NanoSQUID ya modelado y finalizado. En él se aprecian los dos brazos con sus respectivas GBJ. Aparecen indicadas, además, las corrientes de I_{bias} e I_{mod} que quedan explicadas en la sección 2.3. (c) Vista transversal donde se muestra el redepósito en el proceso de FIB.

Las dimensiones típicas del orificio interior, que conforma el anillo superconductor, ronda los 200 – 500 nm, mientras que la anchura de las GBJs son de 100 – 300 nm. Véase la figura 2.1, en la que aparece una fotografía del SQUID que nosotros mismos fabricamos para su posterior testeo y uso. En ella, aparecen las medidas en nanómetros tanto del anillo, como la anchura de cada una de las GBJs.

2.2 Consideraciones de diseño

La habilidad de los nanoSQUIDs para medir minúsculas señales de momentos magnéticos provenientes de pequeños sistemas de espín depende, por un lado, del ruido de flujo S_Φ del SQUID y, por otro, de la cantidad de flujo Φ que una partícula con momento magnético μ es

capaz de acoplar al anillo del SQUID. Esto último queda cuantificado por el conocido como factor de acoplo ϕ_μ , con $\mu \equiv |\vec{\mu}|$. Como resultado, podemos definir la sensibilidad de espín como $\sqrt{S_\mu} = \sqrt{S_\Phi}/\phi_\mu$, con unidades de $\mu_B/\sqrt{\text{Hz}}$, donde μ_B es el magnetón de Bohr. De este modo, $\sqrt{S_\mu}$ denota el momento magnético mínimo perceptible por unidad de ancho de banda. Así, la optimización en el diseño del SQUID requeriría, en un principio, de la minimización de S_Φ y la maximización de ϕ_μ , a la par.

Como ya mencionamos en la sección 1.3.2, S_Φ tiene tanto una contribución de la forma $1/f$, como otra correspondiente a ruido térmico $S_{\Phi,w}$. La contribución $1/f$ es difícilmente optimizable mediante diseño, no obstante, no ocurre lo mismo con $S_{\Phi,w}$, que depende de parámetros geométricos a través de la inductancia L del anillo, así como de los parámetros de la unión I_0 , R y C . Mediante simple inspección visual de la ecuación (1.26) nos percatamos que S_Φ puede ser mejorada disminuyendo L , para lo cual, dado que la en primera aproximación L es puramente geométrica (sección 1.3.1); es únicamente necesario disminuir al máximo las dimensiones del anillo.

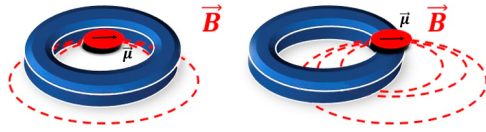


Figura 2.3

La optimización del factor de acoplo $\phi_\mu = \Phi/\mu$, que es definido como el flujo magnético Φ acoplado al anillo del SQUID por el campo magnético dipolar producido por una partícula puntual, dividido por su momento magnético μ , es más difícil de realizar. La magnitud de Φ_μ depende de la geometría del SQUID, de la posición, relativa al SQUID, de la partícula magnética involucrada

\vec{r}_μ y de la orientación $\hat{e}_\mu = \vec{\mu}/\mu$ de su momento magnético. Desgraciadamente, no es posible obtener experimentalmente esta cantidad, y uno debe confiar en estimaciones, aproximaciones analíticas o cálculo numérico para la determinación y posterior optimización de ϕ_μ . Para nuestros fines, nos bastará con conocer que, de acuerdo con [11], existe un lugar privilegiado para la colocación del dipolo magnético que estamos midiendo. Al colocar el dipolo magnético sobre la superficie anular del anillo superconductor, el número de líneas de campo magnético, generadas por el dipolo, que lo atraviesan se maximiza. En la figura 2.3 mostramos una comparativa de dos situaciones diferentes: la primera de ellas corresponde a la colocación del dipolo magnético en el centro del anillo, mientras que en la segunda está colocado sobre la superficie anular. Véase que el número de líneas de campo que atraviesan el anillo superconductor es mucho mayor en el último de los casos.

2.3 Testeo del nanoSQUID

El objetivo de esta sección del trabajo es presentar las medidas que realizamos para testear el SQUID y ser capaces, de este modo, de verificar si el dc SQUID fabricado se adapta a los fundamentos teóricos, presentados en el capítulo I, para su posterior uso como magnetómetro en medidas con campos magnéticos, que realizaremos en el capítulo III.

Aprovechamos para introducir, en este punto del trabajo, otro elemento de vital importancia para el proceso de toma de medidas: el uso del VTI¹ (del inglés, *variable temperature insert*) (1.4 – 400 K), operado en un criostato de helio junto con un imán superconductor (hasta 5 T).

El atributo por excelencia que caracteriza al dc SQUID es la modulación con el flujo de

¹El VTI es una útil herramienta para el estudio de muestras de material en un campo magnético a temperatura variable.

campo magnético incidente que atraviesa el anillo superconductor del dc SQUID tanto de la intensidad crítica máxima I_c , como de la tensión V . Nos bastará con encontrar evidencias de esto para corroborar que el dispositivo que hemos fabricado es un dc SQUID. Para dicha tarea será necesario ser capaces de controlar el flujo de campo magnético que atraviesa el anillo superconductor. Aquí es donde emerge la figura de la constricción; a través de la cual haremos pasar una intensidad de corriente I_{mod} que producirá, a su vez, un flujo Φ_{mod} inducido. A efectos prácticos, puede entenderse como una bobina que nos permite controlar el campo magnético inducido por la misma al hacerle pasar una corriente de modulación. De este modo, controlamos en todo momento $\Phi_{\text{mod}}(I_{\text{mod}})$. En la figura 2.2b hemos representado en verde la corriente I_{mod} que circula a lo largo de la constricción y en blanco el flujo Φ_{mod} inducido por la misma.

A continuación, analizaremos el ruido. Apoyándonos en lo desarrollado en las secciones 1.2.1, 1.2.2 y 1.3.2, estudiaremos en detalle el ruido $1/f$, que predomina en nuestras medidas por las frecuencias relativamente bajas de trabajo, y presentaremos las dificultades con las que nos hemos encontrado para medir el ruido térmico y cómo las hemos solventado.

Por el camino, obtendremos el valor de ciertos parámetros relevantes del sistema como son la autoinductancia del SQUID L o el parámetro de apantallamiento β_L .

Previo paso a todo lo citado, comenzaremos la sección presentando el esquema del circuito electrónico utilizado, así como los distintos modos de operación del dc SQUID de los que hemos hecho uso.

2.3.1 Esquema de circuito del dc SQUID

La representación del dc SQUID como elemento de circuito viene dada por la figura 2.4a. En ella, apreciamos con total claridad la ubicación de las JJs, representadas por aspas, así como la dirección y sentido tanto de la corriente de bias I_{bias} , que polariza el dispositivo; como de la corriente de modulación I_{mod} , cuya labor es la de modular el flujo de campo magnético que atraviesa el anillo superconductor del dc SQUID. A menudo, en nuestras expresiones, nos referiremos al flujo de campo magnético incidente, en lugar de la corriente de modulación que lo genera. Ambas variables están relacionadas por la inductancia mutua entre el SQUID y la constricción, que determinaremos experimentalmente.

Distinguiremos entre dos modos de operación del dc SQUID:

- **Lazo abierto:** Es el modo de operación más sencillo posible. De acuerdo con la representación de la figura 2.4a, consiste en medir la caída de tensión entre los bornes $-V_{\text{out}}$ y $+V_{\text{out}}$ para diferentes valores de las corrientes de bias y/o modulación, previo paso por un amplificador. Como es de esperar, las variaciones en el campo/flujo magnético inducidas por la corriente de modulación son tan pequeñas, que las caídas de tensión recogidas en los bornes indicados son también increíblemente pequeñas. De acuerdo con [7], la función de transferencia V_{Φ} es típicamente del orden de $10 - 100 \mu\text{V}/\Phi_0$, razón por la cual se precisa de la utilización de un amplificador (el factor de amplificación del nuestro era de 2000). Este modo de operación ha sido utilizado para la obtención de las curvas de la intensidad y de la tensión que modulan con el flujo de campo magnético.
- **Lazo cerrado:** También conocido como FLL (del inglés, *Flux-locked-loop*), consiste en la linealización de la respuesta del dc SQUID al flujo magnético. Para ello, se polariza el dispositivo (en corriente) en un punto de operación óptimo, en el que se comporta como

un detector de flujo nulo. Cualquier pequeña variación $\delta\Phi$ del flujo externo produce una variación en la caída de tensión a la salida del SQUID, la cual es amplificada, integrada y realimentada de vuelta al SQUID a través de una resistencia de feedback R_{fb} y una bobina, que está acoplada inductivamente al SQUID (la constricción en nuestro caso), tal y como puede apreciarse en la figura 2.4b. En este modo de operación ya no mediremos, como en el anterior, la caída de tensión a la salida del SQUID, sino que la mediremos en bornes de la resistencia de feedback R_{fb} . En resumen, realimentamos el circuito de tal manera que el flujo de feedback Φ_{fb} compense el flujo externo y el flujo total sea, por lo tanto, nulo $\Phi_{ext} + \Phi_{fb} = 0$. En nuestro trabajo hemos hecho uso de este modo de operación para realizar las medidas relacionadas con el ruido.

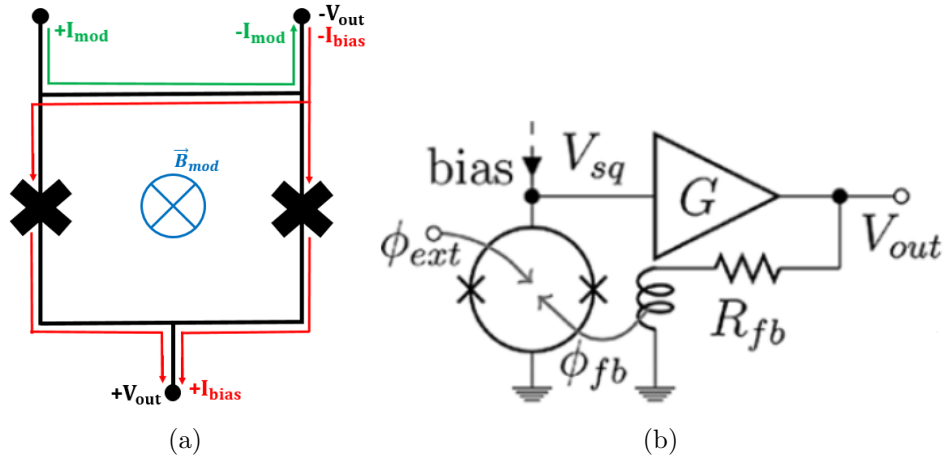


Figura 2.4: (a) Representación como elemento de circuito del dc SQUID, en la que aparecen las trayectorias realizadas por cada una de las corrientes, así como los nodos respecto de los cuales se mide la caída de potencial. Cada una de las JJs vienen denotadas por aspas. (b) Esquema del dc SQUID operando en FLL(Flux-locked-loop).

2.3.2 Modulación de la corriente y la tensión con el flujo. Característica I-V

Situándonos en el modo de lazo abierto, medimos el voltaje V_{out} a la salida del dc SQUID para diferentes valores tanto de la corriente de bias I_{bias} , como de la de modulación I_{mod} . La forma de proceder, en lo que a efectos operativos se refiere, es bastante simple; realizamos barridos en la variable I_{mod} , mientras medimos para cada uno de ellos V_{out} , manteniendo I_{bias} constante, e iteramos dicho proceso para diferentes valores de I_{bias} . La figura 2.5 es muestra de ello. Apréciase que el eje de ordenadas es el voltaje V_{out} y el de abscisas es el flujo de campo de magnético Φ_{mod} , obtenido, de manera inmediata, a partir de I_{mod} , mediante el cálculo de la inductancia mutua M_f entre la constricción y el SQUID. El valor de M_f puede estimarse fácilmente ya que sabemos, del desarrollo teórico, que el periodo de V_{out} corresponde a un cuanto de flujo Φ_0 ; de este modo $1/M_f(4.2\text{ K}) \sim 2\text{ mA}/\Phi_0$. El barrido realizado en la corriente I_{bias} ha sido el siguiente: desde $|I_{bias}| = 500\text{ }\mu\text{A}$ hasta $|I_{bias}| = 1600\text{ }\mu\text{A}$, tomando intervalos de $25\text{ }\mu\text{A}$, mientras que desde $|I_{bias}| = 1600\text{ }\mu\text{A}$ hasta $|I_{bias}| = 2000\text{ }\mu\text{A}$, los intervalos han sido de $50\text{ }\mu\text{A}$.

La modulación de $V(\Phi)$ es innegable, lo cual es una muestra de que el dispositivo está trabajando tal y como esperábamos. Apreciamos, sin embargo, que la modulación no es del todo simétrica, y que los máximos de las funciones $V(\Phi)$, para I_{bias} no coinciden para $-I_{bias}$.

Dichos efectos son causados por las asimetrías del dispositivo. Si nos fijamos en la figura 2.4a, podemos observar que el camino que recorre la corriente I_{bias} no es el mismo en ambos brazos, dando lugar a una inductancia efectiva diferente en cada brazo del SQUID.

Con los datos recogidos hasta ahora podemos sacar más resultados interesantes. Si en lugar de representar la relación del voltaje con el flujo $V(\Phi)$ para diferentes valores de la corriente I_{bias} , representamos la tensión V_{out} como función de la corriente I_{bias} para diferentes valores de la corriente de modulación I_{mod} , lo que obtenemos es la característica I-V. La característica I-V (IVC) es una de las propiedades más representativas del dc SQUID. La obtenida por nosotros viene dada por la figura 2.6. Hemos querido, a su vez, centrar nuestra atención en los casos representativos $\Phi = n\Phi_0$ y $\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$. En ella, vemos cómo la correspondencia con el modelo teórico es total. Véase para ello las secciones 1.2 y 1.3, haciéndose especial hincapié en la gráfica 1.2a, que era el caso particular de una JJ con $\beta_c \ll 1$ (comportamiento no histerético).

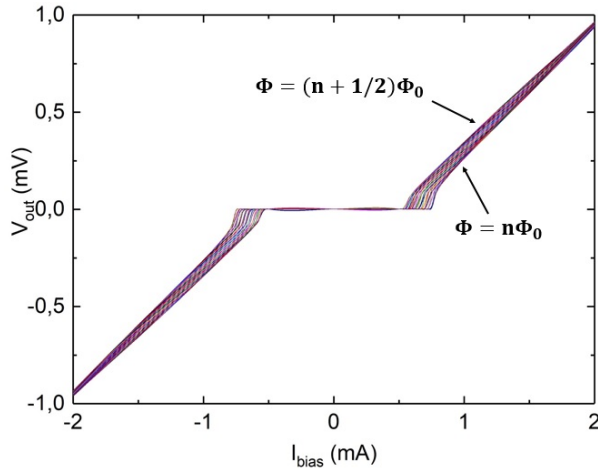


Figura 2.6: Característica Intensidad-Voltaje (IVC) del dc nanoSQUID.

He ahí la clave para el cálculo de la resistencia: La pendiente de la IVC en dicha región es R , que, de acuerdo a nuestras estimaciones, es $R \simeq 0.58 \Omega$.

Por último, y a partir de la IVC podemos obtener la últimas de las relaciones que andábamos buscando: $I_{c,\text{max}}(\Phi)$. Los comentarios a realizar sobre la figura 2.7a, que refleja dicha modulación, son análogos a los que hicimos para la modulación del voltaje (figura 2.5). De nuevo la modulación, en este caso la de I_{bias} , queda constatada de acuerdo a lo predicho por la teoría. Véase la sección 1.3 y más concretamente la gráfica 1.4a. Aparece aquí, también, los efectos de las asimetrías, ya comentados anteriormente.

Podemos seguir analizando elementos de interés. De acuerdo con la figura 1.4a, vemos que la modulación $I_{c,\text{max}}(\Phi)$ no va hasta cero, signo inequívoco de que el parámetro de apantallamiento

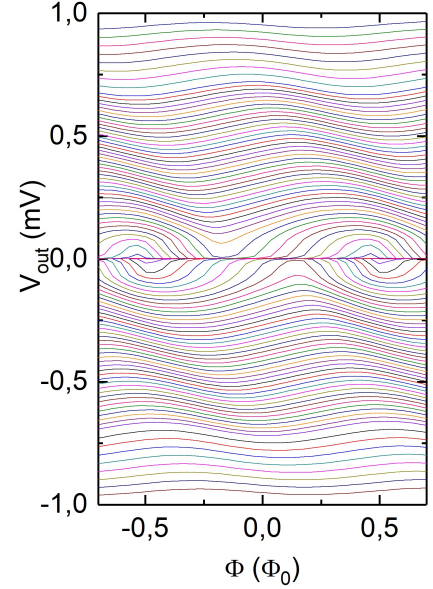


Figura 2.5: Modulación de la tensión $V_{\text{out}}(\Phi)$ para diferentes valores de I_{bias} .

El presente caso, figura 2.6, es totalmente análogo, pues en lugar de tener una JJ, disponemos de un dc SQUID, que tampoco presenta comportamiento histerético. Para tal fin, (sección 2.1), habíamos recubierto nuestro dc SQUID con una lámina de oro que actúa como resistencia de carga R . La inclusión de la misma en el modelo nos permitía obtener $\beta_c \ll 1$.

La IVC permite la determinación de dicha resistencia de carga R , introducida por primera vez en la sección 1.2, que nos servía, junto con otros parámetros, para la idealización de la JJ como elemento de circuito. En la figura 2.6 apreciamos que la relación $V_{\text{out}}(I_{\text{bias}})$ tiende a una línea recta para valores de $|I_{\text{bias}}|$ relativa-

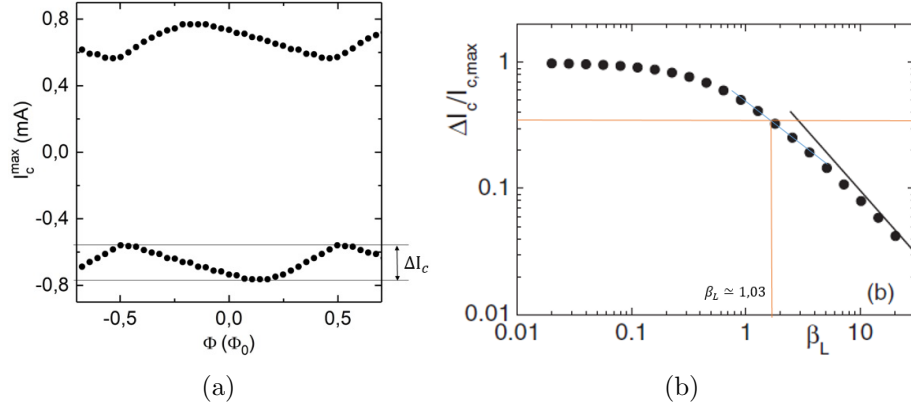


Figura 2.7: (a) Modulación de la corriente crítica máxima con el flujo. (b) Estimación de β_L .

es distinto de cero $\beta_L \neq 0$. Si nos fijamos en la figura 1.4b y la discusión al respecto de la misma, vemos que la variación de la modulación $\Delta I_c / I_{c,\max}$ evoluciona con $1/\beta_L$. Así, midiendo sobre la gráfica 2.7a la diferencia de corrientes ΔI_c , obtenemos $\Delta I_c / I_{c,\max}$, la cual nos permite determinar, de manera unívoca, el valor de β_L , de acuerdo con la gráfica 1.4b. En nuestro caso, obtenemos que el cociente $\Delta I_c / I_{c,\max}$ es aproximadamente 0.270, y el parámetro de apantallamiento es, por lo tanto, aproximadamente $\beta_L \simeq 1$.

La obtención de β_L nos permite, a su vez, la obtención de otro parámetro relevante del sistema: la inductancia L . A partir de la expresión del parámetro de apantallamiento 1.18, escribimos:

$$L = \frac{\beta_L \cdot \Phi_0}{2I_0} \approx \frac{1 \cdot 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{s}}{0.762 \cdot 10^{-3} \text{ A}} \approx 2.72 \cdot 10^{-12} \text{ H} = 2.72 \text{ pH} \quad (2.1)$$

2.3.3 Medidas relacionadas con el ruido

Para las medidas del ruido trabajamos en lazo cerrado (sección 2.3.1). En dicho modo de operación, el voltaje experimental puede ser convertido fácilmente a unidades de flujo, conociendo los valores de la resistencia de feedback (10 k Ω en nuestro caso) y la inductancia mutua entre la constricción y el SQUID, anteriormente estimada. El proceso de medida consiste en registrar la densidad espectral de ruido de voltaje para distintas temperaturas.

La figura 2.8 recoge las medidas realizadas en el laboratorio. Como puede apreciarse en la misma, el ruido $1/f$ domina sobre el ruido térmico, es más, este último ni siquiera lo estamos viendo. Esto se adapta a lo desarrollado en las secciones 1.2.2 y 1.3.2, en las que obteníamos tal comportamiento para frecuencias de trabajo bajas. En nuestro caso, la frecuencia queda limitada a 20 kHz por el sistema de toma de datos.

Hagamos ahora unos cálculos para estimar el valor de dicho ruido blanco y ver hasta qué frecuencia tendríamos que haber muestreado para empezar a detectarlo. En la sección 1.3.2 llegábamos a la expresión para la densidad espectral equivalente de ruido de flujo (1.26), de la forma $S_\Phi \approx 16k_B T L^2 / R$. Entonces:

$$\sqrt{S_\Phi} \approx \sqrt{16k_B T L^2 / R} \approx 0.57 \cdot 10^{-7} \Phi_0 / \sqrt{\text{Hz}} = 57 \text{ n}\Phi_0 \sqrt{\text{Hz}} \quad (2.2)$$

donde $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $L = 2.72 \cdot 10^{-12} \text{ H}$, $R = 0.578 \Omega$ y Φ_0 es el cuanto de flujo, que recordemos que es $\Phi_0 = 2.07 \cdot 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{s}$. Todo ello calculado, para una temperatura de $T = 4.2 \text{ K}$. Como puede apreciarse en la gráfica 2.8, hemos representado tanto el valor teórico esperado

$\sqrt{S_\Phi}$ para el ruido blanco, que no es más que una línea horizontal y no presenta dependencia alguna con la frecuencia; así como la función de $1/f$, que nos sirve, además de para ver que la pendiente de los puntos representados es correcta, para ver hasta qué frecuencia deberíamos subir para percibir ruido térmico. Tal y como vemos, tendríamos que irnos hasta frecuencias bastante mayores que 1 MHz para que el ruido $1/f$ no fuese el predominante. Recordemos que la frecuencia de muestreo máxima de nuestros equipos era de 20 kHz, es decir, dos órdenes de magnitud menos, como poco, del que necesitaríamos.

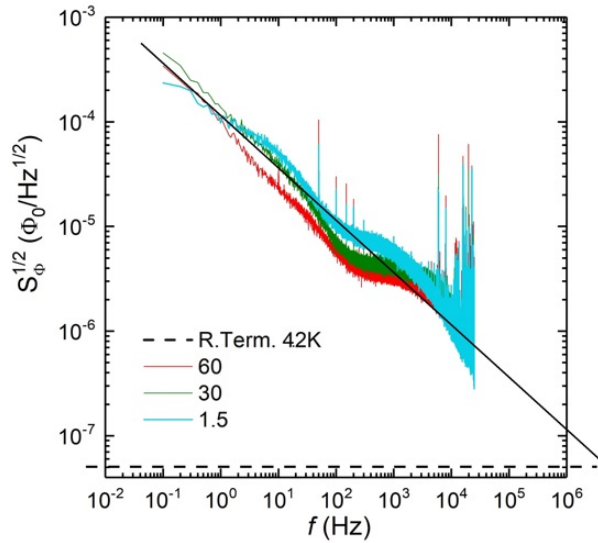


Figura 2.8: Evolución de la densidad espectral de ruido de flujo $\sqrt{S_\Phi}$ con la frecuencia para 10, 30 y 60 K. En línea discontinua queda representado la contribución del ruido térmico a $\sqrt{S_\Phi}$.

independiente de la temperatura, sin embargo, una descripción completa de dicha dependencia todavía no ha sido desarrollada.

Para finalizar, queremos destacar los extraordinariamente buenos valores que reportan las medidas relacionadas con el ruido, $\sqrt{S_\Phi} \simeq 1 \mu\Phi/\sqrt{\text{Hz}} @ f = 20 \text{ kHz}$. Suponiendo un factor de acoplo típico de $\Phi_\mu \simeq 20 \text{ n}\Phi_0/\mu_B$, implicaría que nuestro SQUID es capaz de distinguir señales magnéticas generadas por tan solo $50 \mu_B$, donde μ_B es un magnetón de Bohr. Esto convierte al dc nanoSQUID fabricado en un instrumento idóneo para la realización de medidas magnéticas.

Como último detalle acerca del ruido $1/f$ comentaremos que la forma funcional obtenida de dicho ruido no se adapta, de manera perfecta, a una función que evoluciona con la inversa de la frecuencia. Vemos cómo en la figura 2.8 las diferentes curvas, para sus respectivas temperaturas, presentan un pequeño serpen-teo, en lugar de ser totalmente rectas. Dicho de otra forma, no se adaptan rigurosamente a la línea de trazo continuo $1/f$ que nosotros hemos trazado. La razón de este fenómeno es debido a un proceso que todavía no hemos comentado. Éste es el ruido de flujo asociado a las fluctuaciones de espines en las superficies de los dispositivos. Esta interpretación ha sido apoyada, por ejemplo, por las observaciones de señales paramagnéticas con una dependencia con la temperatura de acuerdo con la ley de Curie [7]. Es por ello que el ruido $1/f$ no es

Capítulo 3

Medidas con partículas magnéticas

El tercer y último capítulo del trabajo consiste en la presentación y análisis de las medidas de nanodiscos magnéticos realizadas con el dc nanoSQUID. La elección de nanodiscos como material de estudio no ha sido al azar, sino por las remarcables, a la par que didácticas, propiedades de los objetos magnéticos de bajas dimensiones como son los nanoanillos, nanohilos o nanodiscos. Por ejemplo, los nanodiscos y nanoanillos son prometedores como elementos de sistemas de grabación magnética con patrones de bits, y los nanohilos, entre otras aplicaciones, pueden almacenar y procesar información a través del movimiento de las paredes del dominio magnético.

Para comenzar, estudiaremos en detalle los nanodiscos, viendo qué propiedades los hacen tan interesantes elementos de estudio. Continuaremos el capítulo explicando cómo hacer uso del dc nanoSQUID para estudiar la magnetización de dichos nanodiscos. Profundizaremos en el proceso de acoplo de los nanodiscos al dc nanoSQUID. Finalmente, presentaremos las medidas realizadas.

3.1 Nanodiscos magnéticos

Los nanodiscos de los que hemos hecho uso estaban compuestos por un material conocido como Permalloy, que consiste en una aleación 20% Ni, 80% Fe. El Permalloy se encuadra dentro de los conocidos como materiales magnéticos blandos. Éstos presentan una anisotropía magnetocristalina prácticamente despreciable, siendo la anisotropía de forma la relevante en la magnetización de los mismos.

La magnetización en estos discos magnéticos está confinada fundamentalmente en el plano del disco. Debido a la anisotropía de forma, los vectores del momento magnético, tal y como ilustra la figura 3.1, se disponen en circunferencias concéntricas en torno al centro del disco. No obstante, cerca éste, donde residirá el centro del vórtice, la distribución de equilibrio para los momentos magnéticos es tal que los extremos de los vectores momento magnético apuntan a posiciones fuera del plano del disco, de tal forma que existe una componente de la magnetización perpendicular al plano. La amplitud máxima de esta componente perpendicular está ubicada en el centro del disco [12].

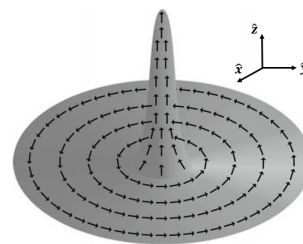


Figura 3.1

La existencia de dicha componente en el eje z es debido a que el coste, en términos de la energía de canje, para mantener los momentos magnéticos formando una pequeña circunferencia, contenida en el plano, cerca del centro del disco es tan alta, que la única manera de reducir dicha energía es que los momentos magnéticos apunten hacia fuera, formando, de este modo, la ya

mencionada estructura de vórtice.

Definiremos dos parámetros relevantes del vórtice:

- La polaridad p : Utilizada para distinguir el estado en el que el vórtice apunta hacia arriba, del que apunta hacia abajo. De este modo:

$$\begin{cases} p = +1 \Rightarrow M_z > 0 \text{ (arriba)} \\ p = -1 \Rightarrow M_z < 0 \text{ (abajo)} \end{cases}$$

Donde M_z es la la componente en el eje z de la imanación.

- Circulación o vorticidad c del vórtice: Define el sentido de rotación del vórtice. Los vórtices que rotan en sentido horario presentan $c = -1$, mientras que los que lo hacen en sentido antihorario $c = +1$.

Ambas propiedades no están relacionadas, de este modo, existe cuatro posibles estados para los vórtices:

$$\begin{cases} p = +1 & c = -1 & cp = -1 \\ p = +1 & c = +1 & cp = +1 \\ p = -1 & c = -1 & cp = +1 \\ p = -1 & c = +1 & cp = -1 \end{cases}$$

Convirtiéndolos de este modo en objetos quirales, estos son, aquellos cuya imagen en un espejo no coincide con ellos mismos. Es por ello, que definimos otro parámetro: la quiralidad del vórtice $cp = \pm 1$.

Esta peculiar disposición de los momentos magnéticos en el disco puede entenderse como aquella compuesta por infinitos dominios en los que el ángulo formado entre los vectores magnetización de dominios colindantes tiende a cero. Visto de este modo es sencillo entender el desplazamiento del vórtice bajo la aplicación de un campo magnético en el plano xy . Para explicar esto nos apoyaremos en la figura 3.2. En la misma apreciamos que hemos aplicado un campo B en una dirección arbitraria. El dominio que contiene los vectores magnetización paralelos al campo aplicado se ve beneficiado y crece respecto al resto de dominios. Para valores crecientes de B el vórtice va desplazándose cada vez más hacia el perímetro del disco, hasta que llega un punto en el que se aniquila. En tal situación la práctica totalidad de los vectores magnetización del disco son paralelos a B , constituyendo el conocido como estado de mono-dominio simple. Si intentamos ahora volver al estado de dominio de vórtice disminuyendo la intensidad del campo B nos encontraremos con un comportamiento histerético, que es otra de las rasgos característicos de este tipo de sistemas. En la sección 3.3 explicaremos en detalle este proceso.

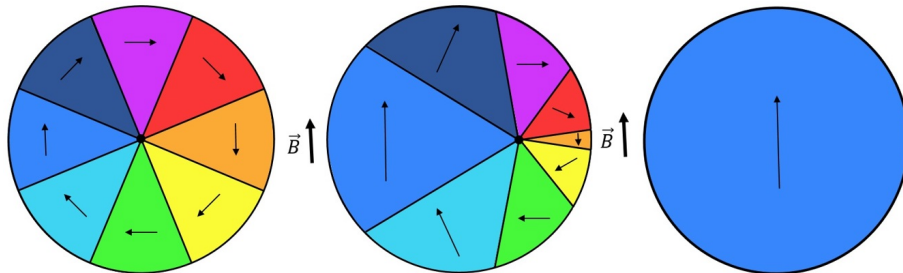


Figura 3.2: Ilustración de la transición de dominio de vórtice a dominio simple.

3.2 Fabricación, transporte y acoplo del disco al SQUID

Tanto para la fabricación del disco de Permalloy como su acoplo al SQUID nos ha sido necesaria la utilización del sistema *dual beam* del instituto de nanociencia de Aragón (INA), que ya explicamos en la sección 2.1.

Comencemos explicando el proceso de fabricación del nanodisco. Disponemos de una membrana de nitruro de silicio de 500 nm de grosor sobre la cual se ha depositado una delgada capa de 50 nm de espesor de Permalloy, el material magnético blando con el que, recordemos, fabricaremos nuestro nanodisco. Una última capa de aluminio de 5 nm es añadida par evitar la oxidación del Permalloy. El disco puede obtenerse, de una manera relativamente sencilla, atacando el metal que recubre la membrana con el FIB del *dual beam* excepto en una superficie circular, cuyo radio escogemos nosotros, que constituirá el disco magnético. La figura 3.4a es una imagen del SEM del *dual beam* en la que apreciamos el resultado de dicho proceso. Lo que hemos hecho, en realidad, es seleccionar un anillo con un radios interior y exterior de 500 nm y 1 μm , respectivamente, para atacar el Permalloy y parte de la membrana, pero no toda, con el FIB, para así construir un anillo con un contorno lo más perfectamente definido. Ahora necesitamos aislarlo todavía más, tal y como apreciamos en la imagen 3.4b, donde hemos vuelto a hacer uso del FIB para eliminar todo el Permalloy circundante al disco.

El acoplo del nanodisco magnético al dc nanoSQUID es un proceso delicado y sumamente importante que hay que realizar de acuerdo a las indicaciones que dimos en la sección 2.2. De acuerdo con ésta, el acoplo será mejor tanto en cuanto más cerca situemos el nanodisco de la superficie anular del anillo superconductor; véase figura 2.3. En el presente caso, colocamos el nanodisco lo más cerca posible de la constricción a través de la cual introducíamos la corriente de modulación, I_{mod} , figura 3.3.

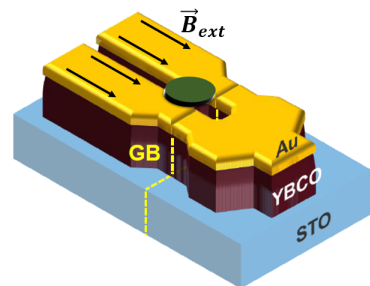


Figura 3.3: Acoplo del nanodisco al dc nanoSQUID.

El siguiente paso en el proceso es darle la vuelta a la muestra con la que estábamos trabajando, de tal manera que el Permalloy quede debajo y la membrana arriba. Introducimos, ahora, el conocido como *Omniprobe*, que es un nanomanipulador que nos permitirá realizar el transporte de la membrana sobre la que descansa el disco. Lo primero de todo es soldar el *Omniprobe* a la membrana con platino, para ello hacemos uso del proceso de deposición inducida por un haz focalizado de iones descrito en la referencia [13]. A continuación, usamos el FIB sobre la membrana para terminar de corroerla y poder, de esta manera, extraer la sección de la misma que soporta al disco, conocida como paleta, y, así, transportarla (imagen 3.4c). Con el *Omniprobe* transportamos la paleta y la situamos sobre el SQUID. La colocación en una posición óptima no es sencilla, ya que, al estar el disco debajo de la membrana, pese a ser todavía visible, es difícilmente perceptible con el SEM, tal y como podemos ver en la imagen 3.4d. Una vez que lo tenemos en la posición correcta, soldamos la paleta, que lleva consigo el disco, al dc nanoSQUID con platino (imagen 3.4e). Finalmente, deprendemos la punta del *Omniprobe* de la membrana, que queda adherida al nanoSQUID.

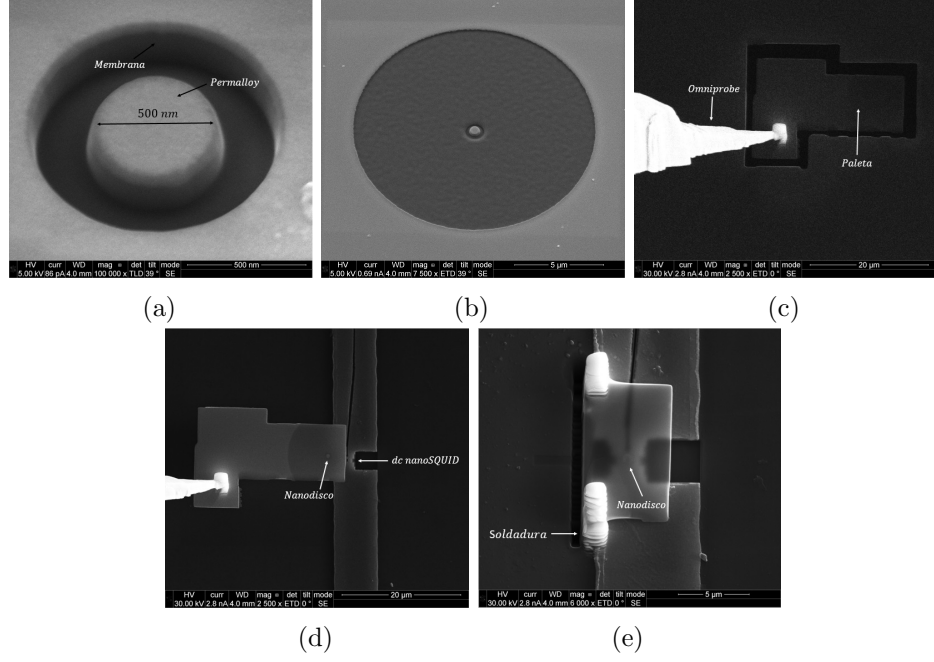


Figura 3.4: Imágenes de (a) a (e) tomadas con el SEM del *dual beam*. (a) Corrosión del Permalloy mediante FIB en un anillo con radios interior y exterior de 530 nm y 1 μm , respectivamente, para la construcción del nanodisco. (b) Utilización del FIB para aislar el nanodisco. (c) Extracción y transporte, con el Omniprobe, de la paleta. (d) Imagen en la que visualizamos, a la par, el SQUID y la la membrana con el nanodisco. (e) Nanodisco de Permalloy ya acoplado al SQUID.

3.3 Medidas experimentales

El objetivo de esta última sección es la medida con el dc nanoSQUID de la magnetización del nanodisco. Para ello, tenemos que aplicar un campo magnético en la dirección paralela al plano que contiene tanto al anillo superconductor, como al nanodisco (que es el mismo), tal y como indica la figura 3.3. Dicho campo controlará la magnetización del nanodisco, que será lo que nosotros midamos con el dc nanoSQUID.



Figura 3.5: Rotador acoplado al VTI.

El alineamiento del campo magnético externo aplicado es de vital importancia, ya que, como hemos dicho, debe quedar lo más paralelo posible al plano que contiene al anillo superconductor, de tal modo que el campo aplicado no penetre el anillo superconductor ni las JJs. Para dicho fin disponemos de un alineador, instalado en el VTI (explicado brevemente en la sección 2.3), que nos permite rotar el campo magnético con una resolución de centésimas de grado. La figura 3.5 es una fotografía del mismo.

Una vez realizado el proceso de alineamiento, nuestro experimento consiste, básicamente, en realizar un barrido del campo magnético externo aplicado, el cual nos permite controlar la magnetización del disco; para medir en lazo cerrado (véase 2.3.1) la caída de tensión a la salida del dc nanoSQUID. Dicha caída de tensión está directamente relacionada con el flujo de campo magnético que atraviesa el anillo superconductor, que, a su vez, refleja la imanación de la muestra.

La figura 3.6 muestra los resultados obtenidos a 10.4 K. Veamos de manera detallada la

interpretación de la misma. Hemos dividido un ciclo del proceso de medida en siete pasos, indicados en la gráfica de ① a ⑥:

- ①: Partimos del punto $B = 0$, en el que el disco está en el estado de dominio de vórtice con p y c desconocidos.
- ②: Aumentando el campo aplicado B conseguimos el desplazamiento del vórtice hasta que llegamos a B_a (campo de aniquilación), que corresponde con el valor del campo en el que el vórtice queda aniquilado.
- ③: En este punto, el estado de quasi mono-dominio simple se ha alcanzado.
- ④: Reducimos el campo magnético con el fin de volver al estado inicial del que partíamos. Como vemos, el camino recorrido es diferente. De hecho, el campo B_n (campo de nucleación), en el que pasamos de dominio simple a dominio de vórtice, no coincide con B_a . El dominio de vórtice al que hemos llegado es, de nuevo, desconocido en cuanto a p y c y no tiene que coincidir con el estado de vórtice del que hemos partido en ①.
- ⑤, ⑥ y ⑦: Tras pasar por ③, repetimos el proceso análogo a ②, ③ y ④ para $B < 0$. En ⑤ se produce la aniquilación del dominio de vórtice que se había formado en ④, pasando de nuevo a un estado de dominio simple. En ⑥ se crea un nuevo dominio de vórtice.

De esta forma, hemos sido capaces de observar experimentalmente el proceso de histéresis tan bonito, a la par que característico, que presentan este tipo de sistemas, que habíamos descrito cualitativamente en la figura 3.2.

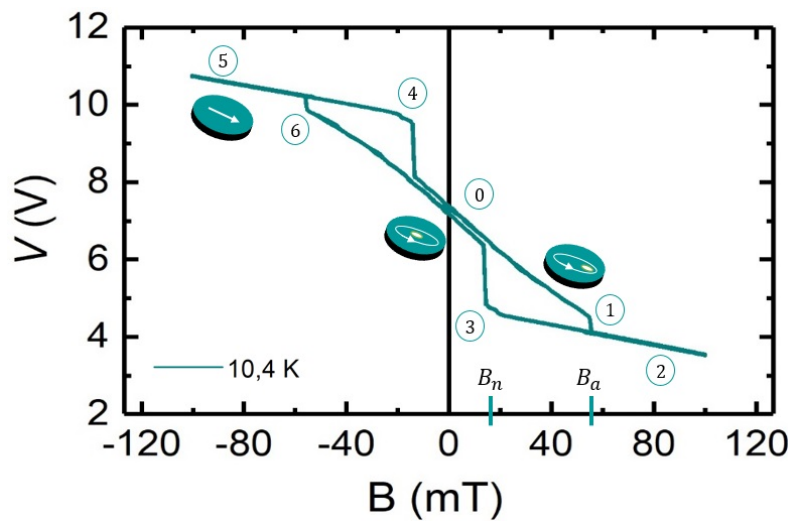


Figura 3.6: Proceso de histéresis presentado por el nanodisco de Permalloy bajo estudio. Refleja la creación y aniquilación de estados magnéticos de tipo vórtice.

Conclusiones

Para finalizar este presente trabajo, extraemos los puntos e ideas más relevantes del mismo, a modo de conclusiones:

- Revisión exitosa de los fundamentos teóricos. Partiendo desde los principios teóricos más básicos sobre los que se asienta el SQUID hemos desarrollado la teoría del dc SQUID.
- Hemos fabricado y testeado satisfactoriamente un dc nanoSQUID de alta temperatura crítica. La realización de tal tipo de dispositivo nos ha permitido la posibilidad de trabajar a temperaturas variables (hasta ~ 80 K), así como la aplicación de campos magnéticos externos.
- Los niveles de ruido presentados por el dispositivo fabricado son notablemente bajos, permitiéndonos medir $50 \mu_B$ @ 20 kHz, siendo μ_B un magneton de Bohr. Esto lo convierte en un instrumento idóneo para la realización de medidas magnéticas.
- Hemos sido capaces de depositar en las proximidades del anillo superconductor un nanodisco magnético alcanzando un acoplo óptimo con el nanoSQUID.
- Tras haber estudiado las principales propiedades de los los nanodiscos magnéticos, las hemos constatado a través de medidas experimentales. Concretamente, hemos sido capaces de seguir el proceso de histéresis del nanodisco, que refleja la creación y aniquilación de estados magnéticos de tipo vórtice.

Bibliography

- [1] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp.30-31.
- [2] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp.362-366.
- [3] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 31-37.
- [4] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 37-40.
- [5] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 41-42.
- [6] Martínez-Pérez,M. J. y Koelle1,D. (2016). NanoSQUIDS: Basics and recent advances, Alemania: Universität pp. 1-3.
- [7] Martínez-Pérez,M. J. y Koelle1,D. (2016). NanoSQUIDS: Basics and recent advances, Alemania: Universität p. 4.
- [8] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 43-50.
- [9] Clarke, J. and Braginski, A. (2004). The SQUID Handbook, 1. Weinheim: Wiley-VCH, pp. 51-59.
- [10] Martínez-Pérez,M. J. y Koelle1,D. (2016). NanoSQUIDS: Basics and recent advances, Alemania: Universität pp. 12,13.
- [11] Martínez-Pérez,M. J. y Koelle1,D. (2016). NanoSQUIDS: Basics and recent advances, Alemania: Universität pp. 5-7.
- [12] Guimarães, A. P. (2009). Principles of nanomagnetism. Springer. pp. 150-156
- [13] Utke, P. H. I. y Melngailis, J. (2008). Gas-assisted focused electron beam and ion beam processing and fabrication, J. Vac. Sci. Technol. 26 (4)(2008) 1197.